

# *Einstein frente a la Teoría Cuántica*

J.L. Sánchez-Gómez

*Dpto. Física Teórica  
Univ. Autónoma de Madrid*

# *Einstein y la teoría cuántica*

---

- Primeras palabras escritas por Einstein sobre la teoría cuántica

# *Einstein y la teoría cuántica*

---

- Primeras palabras escritas por Einstein sobre la teoría cuántica  
“Sobre un punto de vista heurístico referente a la producción y transformación de la luz”

*(Título de uno de sus artículos de 1905)*

# *Einstein y la teoría cuántica*

- Primeras palabras escritas por Einstein sobre la teoría cuántica

“Sobre un punto de vista heurístico referente a la producción y transformación de la luz”

*(Título de uno de sus artículos de 1905)*

- Últimas palabras escritas sobre ciencia

“Existen dudas acerca de si una teoría de campo [clásica] puede explicar la estructura atómica de la materia y la radiación y a la vez los fenómenos cuánticos. La mayoría de los físicos afirmarán convencidamente que no, porque creen que el problema cuántico ha sido resuelto, en principio, por otros medios. Sea ello como sea, nos queda la confor- tante enseñanza de Lessing: la aspiración a la verdad es más preciosa que su posesión definitiva”

*(Marzo de 1955, unas semanas antes de su muerte)*

# *Einstein y la teoría cuántica*

- Primeras palabras escritas por Einstein sobre la teoría cuántica  
“Sobre un punto de vista heurístico referente a la producción y transformación de la luz”

*(Título de uno de sus artículos de 1905)*

- Últimas palabras escritas sobre ciencia  
“Existen dudas acerca de si una teoría de campo [clásica] puede explicar la estructura atómica de la materia y la radiación y a la vez los fenómenos cuánticos. La mayoría de los físicos afirmarán convencidamente que no, porque creen que el problema cuántico ha sido resuelto, en principio, por otros medios. Sea ello como sea, nos queda la confor- tante enseñanza de Lessing: la aspiración a la verdad es más preciosa que su posesión definitiva”

*(Marzo de 1955, unas semanas antes de su muerte)*

# HIPÓTESIS BÁSICAS DE LA CIENCIA, SEGÚN PLANCK

---

a) Existe un mundo real **objetivo** independiente del observador

# HIPÓTESIS BÁSICAS DE LA CIENCIA, SEGÚN PLANCK

---

- a) Existe un mundo real **objetivo** independiente del observador
- b) Ese mundo no es **directamente** accesible

# HIPÓTESIS BÁSICAS DE LA CIENCIA, SEGÚN PLANCK

---

- a) Existe un mundo real **objetivo** independiente del observador
- b) Ese mundo no es **directamente** accesible

M. Planck, *Where is science going* (prólogo de Einstein), 1932

# HIPÓTESIS BÁSICAS DE LA CIENCIA, SEGÚN PLANCK

---

- a) Existe un mundo real **objetivo** independiente del observador
- b) Ese mundo no es **directamente** accesible

M. Planck, *Where is science going* (prólogo de Einstein), 1932

- a) Postulado básico del realismo científico, asumido por Einstein, pero **NO** por la teoría cuántica.

# HIPÓTESIS BÁSICAS DE LA CIENCIA, SEGÚN PLANCK

---

- a) Existe un mundo real **objetivo** independiente del observador
- b) Ese mundo no es **directamente** accesible

M. Planck, *Where is science going* (prólogo de Einstein), 1932

- a) Postulado básico del realismo científico, asumido por Einstein, pero **NO** por la teoría cuántica.

Confrontación Einstein-Teoría Cuántica es, sobre todo, por la naturaleza de la realidad física.

# CONTRIBUCIONES A LA FÍSICA CUÁNTICA “POSITIVA”

---

- Introducción del “cuanto de la radiación”:

# CONTRIBUCIONES A LA FÍSICA CUÁNTICA “POSITIVA”

---

- Introducción del “cuanto de la radiación”:
  1. Como cuanto de energía  $E = h\nu$  (1905)

# CONTRIBUCIONES A LA FÍSICA CUÁNTICA “POSITIVA”

---

## ■ Introducción del “cuanto de la radiación”:

- i. Como cuanto de energía  $E = h\nu$  (1905)
- ii. Como partícula (fotón)  $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{p}$  (1917)

# CONTRIBUCIONES A LA FÍSICA CUÁNTICA “POSITIVA”

---

## ■ Introducción del “cuanto de la radiación”:

- i. Como cuanto de energía  $E = h\nu$  (1905)
- ii. Como partícula (fotón)  $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{p}$  (1917)

## ■ Calores específicos de los sólidos a baja temperatura (1907)

Definitivo para la aceptación de la hipótesis de los cuantos

# CONTRIBUCIONES A LA FÍSICA CUÁNTICA “POSITIVA”

## ■ Introducción del “cuanto de la radiación”:

- i. Como cuanto de energía  $E = h\nu$  (1905)
- ii. Como partícula (fotón)  $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{p}$  (1917)

## ■ Calores específicos de los sólidos a baja temperatura (1907)

Definitivo para la aceptación de la hipótesis de los cuantos

## ■ Emisión y absorción de radiación por la materia

Emisión espontánea y emisión inducida (coeficientes A y B de Einstein)

# CONTRIBUCIONES A LA FÍSICA CUÁNTICA “POSITIVA”

## ■ Introducción del “cuanto de la radiación”:

- i. Como cuanto de energía  $E = h\nu$  (1905)
- ii. Como partícula (fotón)  $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{p}$  (1917)

## ■ Calores específicos de los sólidos a baja temperatura (1907)

Definitivo para la aceptación de la hipótesis de los cuantos

## ■ Emisión y absorción de radiación por la materia

Emisión espontánea y emisión inducida (coeficientes A y B de Einstein)

## ■ Estadística cuántica (Bose-Einstein, 1924)

Gas de bosones (en particular, fotones). Predicción de estado condensado (condensación de Bose-Einstein, “fabricada” en el laboratorio en 1995)

# CONTRIBUCIONES A LA FÍSICA CUÁNTICA “POSITIVA”

## ■ Introducción del “cuanto de la radiación”:

- i. Como cuanto de energía  $E = h\nu$  (1905)
- ii. Como partícula (fotón)  $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{p}$  (1917)

## ■ Calores específicos de los sólidos a baja temperatura (1907)

Definitivo para la aceptación de la hipótesis de los cuantos

## ■ Emisión y absorción de radiación por la materia

Emisión espontánea y emisión inducida (coeficientes A y B de Einstein)

## ■ Estadística cuántica (Bose-Einstein, 1924)

Gas de bosones (en particular, fotones). Predicción de estado condensado (condensación de Bose-Einstein, “fabricada” en el laboratorio en 1995)

Este período “positivo” abarca desde 1905 hasta 1925

# LA LEY DE RADIACIÓN DE PLANCK

Todo empezó con esta fórmula

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Esta ley contiene la de **Wien** para frecuencias altas y la de **Rayleigh-Jeans** para frecuencias bajas:

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^2}{c^3} kT$$

PERO, ¿ES CORRECTA LA DEDUCCIÓN DE PLANCK?

# LA LEY DE RADIACIÓN DE PLANCK

Todo empezó con esta fórmula

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Esta ley contiene la de **Wien** para frecuencias altas y la de **Rayleigh-Jeans** para frecuencias bajas:

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} e^{-\frac{h\nu}{kT}}$$

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^2}{c^3} kT$$

PERO, ¿ES CORRECTA LA DEDUCCIÓN DE PLANCK?

**NO. Uso injustificado de nueva estadística**

# EL EFECTO FOTOELÉCTRICO

---

Durante 20 años (1905-25) Einstein se esforzó en deducir rigurosamente la ley de Planck a la vez que analizaba la naturaleza de la radiación y la interacción radiación-materia

# EL EFECTO FOTOELÉCTRICO

---

- Descubierta accidentalmente por Hertz en 1886
- Lenard (1902) estableció que la energía de los electrones emitidos NO depende de la intensidad de la radiación incidente y SÍ de su frecuencia. Vio que dicha energía aumentaba con la frecuencia, pero no pudo determinar de qué forma (linealmente). Esto era inexplicable con la teoría de Maxwell-Lorentz

# EL EFECTO FOTOELÉCTRICO

- Descubierta accidentalmente por Hertz en 1886
- Lenard (1902) estableció que la energía de los electrones emitidos NO depende de la intensidad de la radiación incidente y SÍ de su frecuencia. Vio que dicha energía aumentaba con la frecuencia, pero no pudo determinar de qué forma (linealmente). Esto era inexplicable con la teoría de Maxwell-Lorentz

- Entra Einstein (trabajo de 1905):  $E = h\nu$  (Radiación formada por cuantos)

Entonces

$$E_{el} = h\nu - B$$

**Ley de Einstein**

Verificada experimentalmente por Millikan en 1916-17

# LA DUALIDAD PARTÍCULA-ONDA, EN CIERTO MODO ANTICIPADA POR EINSTEIN

En un artículo de 1909 sobre fluctuaciones en la energía de la radiación  
térmica deduce la fórmula

$$\langle \Delta E_{\omega}^2 \rangle = [\hbar\omega\rho(\omega) + (\pi^2 c^3 / \omega^2)\rho^2(\omega)]V d\omega$$

# LA DUALIDAD PARTÍCULA-ONDA, EN CIERTO MODO ANTICIPADA POR EINSTEIN

En un artículo de 1909 sobre fluctuaciones en la energía de la radiación  
térmica deduce la fórmula

$$\langle \Delta E_{\omega}^2 \rangle = [\hbar\omega\rho(\omega) + (\pi^2 c^3 / \omega^2)\rho^2(\omega)]V d\omega$$

El primer término de la derecha corresponde a un “gas” de cuantos  
independientes de energía  $\hbar\omega$ :

$$\langle \Delta E_{\omega}^2 \rangle_{part} = \hbar\omega\rho(\omega)V d\omega$$

# LA DUALIDAD PARTÍCULA-ONDA, EN CIERTO MODO ANTICIPADA POR EINSTEIN

En un artículo de 1909 sobre fluctuaciones en la energía de la radiación  
térmica deduce la fórmula

$$\langle \Delta E_{\omega}^2 \rangle = [\hbar\omega\rho(\omega) + (\pi^2 c^3 / \omega^2)\rho^2(\omega)]V d\omega$$

El primer término de la derecha corresponde a un “gas” de cuantos  
independientes de energía  $\hbar\omega$ :

$$\langle \Delta E_{\omega}^2 \rangle_{part} = \hbar\omega\rho(\omega)V d\omega$$

El segundo corresponde a radiación formada por superposición de ondas  
que fluctúan independientemente

$$\langle E_{\omega}^2 \rangle_{ondas} = (\pi^2 c^3 / \omega^2)\rho^2(\omega)V d\omega$$

Aparece por primera vez **la dualidad onda-corpúsculo** en el tratamiento  
**(estadístico)** de la radiación

# CUANTO DE RADIACIÓN

---

- Cuanto de radiación como partícula introducido por Einstein en 1916-17 (“fotón”, nombre inventado por G. Lewis en 1927)

# CUANTO DE RADIACIÓN

---

- Cuanto de radiación como partícula introducido por Einstein en 1916-17 (“fotón”, nombre inventado por G. Lewis en 1927)
- Einstein estudia absorción y emisión de radiación por gases en equilibrio termodinámico:

# CUANTO DE RADIACIÓN

---

- Cuanto de radiación como partícula introducido por Einstein en 1916-17 (“fotón”, nombre inventado por G. Lewis en 1927)
- Einstein estudia absorción y emisión de radiación por gases en equilibrio termodinámico:
  - Absorción

# CUANTO DE RADIACIÓN

---

- Cuanto de radiación como partícula introducido por Einstein en 1916-17 (“fotón”, nombre inventado por G. Lewis en 1927)
- Einstein estudia absorción y emisión de radiación por gases en equilibrio termodinámico:
  - Absorción
  - Emisión espontánea

# CUANTO DE RADIACIÓN

---

- Cuanto de radiación como partícula introducido por Einstein en 1916-17 (“fotón”, nombre inventado por G. Lewis en 1927)
- Einstein estudia absorción y emisión de radiación por gases en equilibrio termodinámico:
  - Absorción
  - Emisión espontánea
  - Emisión estimulada

# CUANTO DE RADIACIÓN

- Cuanto de radiación como partícula introducido por Einstein en 1916-17 (“fotón”, nombre inventado por G. Lewis en 1927)
- Einstein estudia absorción y emisión de radiación por gases en equilibrio termodinámico:
  - Absorción
  - Emisión espontánea
  - Emisión estimulada
- Necesita introducir **momento** del cuanto de radiación  $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{p}$ .  
Surge la cuestión del azar

# CUANTO DE RADIACIÓN

- Cuanto de radiación como partícula introducido por Einstein en 1916-17 (“fotón”, nombre inventado por G. Lewis en 1927)
- Einstein estudia absorción y emisión de radiación por gases en equilibrio termodinámico:
  - Absorción
  - Emisión espontánea
  - Emisión estimulada
- Necesita introducir **momento** del cuanto de radiación  $\vec{p} = \frac{h\nu}{c}\hat{p}$ .  
Surge la cuestión del azar

“Las propiedades de los procesos elementales requeridos [en la emisión y absorción de radiación por átomos y moléculas]... hacen parecer casi inevitable que se formule una teoría de la radiación verdaderamente cuántica”

# DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

---

Naturaleza corpuscular de la radiación establecida definitivamente tras los experimentos de Compton en 1923: dispersión de rayos X por electrones “cuasi-libres” (efecto Compton)

Naturaleza ondulatoria  $\rightsquigarrow$  Interferencia, Difracción, ...

# DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

- de Broglie, 1923-24.- Naturaleza ondulatoria de las partículas

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- Mecánica Ondulatoria. Schrödinger, 1926.-

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V\Psi$$

# DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

- de Broglie, 1923-24.- Naturaleza ondulatoria de las partículas

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- Mecánica Ondulatoria. Schrödinger, 1926.-

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V \Psi$$

- Heisenberg (con Born y Jordan) crea(n) la Mecánica Matricial

# DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

- de Broglie, 1923-24.- Naturaleza ondulatoria de las partículas

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- Mecánica Ondulatoria. Schrödinger, 1926.-

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V \Psi$$

- Heisenberg (con Born y Jordan) crea(n) la Mecánica Matricial
- Dirac, 1926-27.- Une ambas: estado cuántico

# DUALIDAD ONDA-PARTÍCULA

- de Broglie, 1923-24.- Naturaleza ondulatoria de las partículas

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

- Mecánica Ondulatoria. Schrödinger, 1926.-

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V \Psi$$

- Heisenberg (con Born y Jordan) crea(n) la Mecánica Matricial
- Dirac, 1926-27.- Une ambas: estado cuántico

PERO, ¿QUÉ ES LA FUNCIÓN DE ONDAS (O EL ESTADO CUÁNTICO?)

# COMPLETITUD DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

---

- Einstein no acepta la interpretación probabilista introducida por Born (1926) y asumida por la interpretación “ortodoxa”
- Debate Bohr-Einstein. Comienza en 1927; tiene sus momentos más intensos en 1935-36 y se extiende prácticamente hasta la muerte de Einstein (1955)
- Artículo fundamental EPR (Einstein-Podolsky-Rosen), 1935:

**“Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete”**

Respuesta: **NO**

# COMPLETITUD DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

---

- **Premisa 1. Definición de elemento de realidad:**

“Si sin perturbar para nada un sistema podemos predecir con certeza (probabilidad uno) el valor de una magnitud física, entonces existe un elemento de realidad física que corresponde a dicha magnitud”

- **Premisa 2. Completitud:**

“Todo elemento de realidad física debe tener su correspondiente imagen en la teoría”

## ■ COMPLETITUD DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

---

### ■ Premisa 1. Definición de elemento de realidad:

“Si sin perturbar para nada un sistema podemos predecir con certeza (probabilidad uno) el valor de una magnitud física, entonces existe un elemento de realidad física que corresponde a dicha magnitud”

### ■ Premisa 2. Completitud:

“Todo elemento de realidad física debe tener su correspondiente imagen en la teoría”

### ■ Premisa 3. Separabilidad: “La situación real del Sistema 2 es independiente de lo que se haga con el sistema 1, separado espacialmente de aquél”

## ■ COMPLETITUD DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

---

### ■ Premisa 1. Definición de elemento de realidad:

“Si sin perturbar para nada un sistema podemos predecir con certeza (probabilidad uno) el valor de una magnitud física, entonces existe un elemento de realidad física que corresponde a dicha magnitud”

### ■ Premisa 2. Completitud:

“Todo elemento de realidad física debe tener su correspondiente imagen en la teoría”

### ■ Premisa 3. Separabilidad: “La situación real del Sistema 2 es independiente de lo que se haga con el sistema 1, separado espacialmente de aquél”

- A partir de estas premisas, EPR “prueban” que la MQ no es una teoría completa

# COMPLETITUD DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

Se ilustra mejor con el ejemplo de David Bohm (1951)

- Estado metaestable de espín  $S = 0$  que se desintegra en dos partículas de espín  $1/2$  que salen en la misma dirección y sentidos opuestos. Las proyecciones de sus espines según un eje determinado ( $Z$ , p.ej.) valen  $\pm 1/2$

$$S \rightarrow S_1 + S_2$$

- Estado inicial (antes de medir)

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} [\alpha(1)\beta(2) - \beta(1)\alpha(2)]$$

ESTADO “ENTRELAZADO” (“*ENTANGLED*”)

# COMPLETITUD DE LA MECÁNICA CUÁNTICA

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}}[\alpha(1)\beta(2) - \beta(1)\alpha(2)]$$

Observador  $O_1$  mide  $S_1$  en el instante  $t$  y obtiene, p.ej.,  $+1/2$ . Entonces sabe **con certeza** que  $S_2 = -1/2$  en  $t + \epsilon$ . Pero esto debía ser así también en  $t - \epsilon$ , puesto que no se ha hecho nada sobre la partícula 2. Ahora bien, en  $t - \epsilon$  el estado es  $\Psi$ , en el que  $S_2$  no tiene valor definido

**ERGO “LA MECÁNICA CUÁNTICA NO ES UNA TEORÍA COMPLETA”**

(Existe un elemento de realidad, en este caso  $S_2$  que no tiene imagen apropiada en la teoría)

# CORRELACIONES CUÁNTICAS. DESIGUALDADES DE BELL

## GRAN CUESTIÓN: NATURALEZA DE LAS CORRELACIONES CUÁNTICAS

Pero, antes de nada, ¿EXISTEN?

### DESIGUALDADES DE BELL

Ejemplo:  $N$  bombas (en reposo) que hace explosión soltando cada una dos fragmentos, en direcciones opuestas, con momentos angulares

$$\vec{J}_1(i) \quad \text{y} \quad \vec{J}_2(i) \quad (\vec{J}_1(i) = -\vec{J}_2(i), i = 1, \dots, n)$$

Observadores 1 y 2 eligen libremente direcciones respectivas  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$  y determinan

$$r_a(i) = \text{signo}[\vec{a} \cdot \vec{J}_1(i)] \quad r_b(i) = \text{signo}[\vec{b} \cdot \vec{J}_2(i)]$$

para cada bomba

# CORRELACIONES CUÁNTICAS. DESIGUALDADES DE BELL

Se induce entonces la correlación

$$R_{ab} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^N r_a(i)r_b(i) \rightsquigarrow -1 + 2\theta/\pi, \text{ con } \theta \text{ el ángulo entre } \vec{a} \text{ y } \vec{b}$$

- Bomba  $\rightarrow$  Partícula de espín 0
- Fragmentos  $\rightarrow$  Partículas de espín 1/2

Entonces

$$R_{ab}(Q) = \langle \Psi | (\sigma_1 \cdot \vec{a})(\sigma_2 \cdot \vec{b}) | \Psi \rangle = -\cos \theta$$

diferente del resultado clásico de más arriba

Para todo tipo de correlaciones clásicas Bell probó

$$-2 \leq (R_{ab} + R_{ad} + R_{cb} - R_{cd}) \leq 2$$

Desigualdad que no cumple la Mecánica Cuántica

# ALGUNOS EXPERIMENTOS SIGNIFICATIVOS SOBRE LAS DESIGUALDADES DE BELL

## A. Cascadas Atómicas

- Clauser & Freedman (Berkeley, 1972):



# ALGUNOS EXPERIMENTOS SIGNIFICATIVOS SOBRE LAS DESIGUALDADES DE BELL

## A. Cascadas Atómicas

- Clauser & Freedman (Berkeley, 1972):  
Calcio:  $4p^2\ ^1S_0 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1 \rightarrow 4s^2\ ^1S_0$
  - Fry & Thompson (Houston, 1976):  
Mercurio 200:  $7^3S_1 \rightarrow 6^3P_1 \rightarrow 6^3S_0$
- Violación en 4 s.d.**

# ALGUNOS EXPERIMENTOS SIGNIFICATIVOS SOBRE LAS DESIGUALDADES DE BELL

## A. Cascadas Atómicas

- Clauser & Freedman (Berkeley, 1972):



- Fry & Thompson (Houston, 1976):



**Violación en 4 s.d.**

- Aspect et al (Orsay, 1981-82): Misma cascada que CF

**Violación en 40 s.d.**

$$S_{exp} = 2,697 \pm 0,015$$

**Además en otro experimento con (casi)**

**“random-switching” obtienen violación en 5 s.d.**

# ALGUNOS EXPERIMENTOS SIGNIFICATIVOS SOBRE LAS DESIGUALDADES DE BELL

---

## B. Parametric Down Conversion

- Kwiat, Zeilinger *et al.*,(Berkeley-Viena, 1995)  
**Violación en 100 s.d.**

# ALGUNOS EXPERIMENTOS SIGNIFICATIVOS SOBRE LAS DESIGUALDADES DE BELL

---

## B. Parametric Down Conversion

- Kwiat, Zeilinger *et al.*, (Berkeley-Viena, 1995)  
**Violación en 100 s.d.**
- W. Tittel, N. Gisin *et al.*, (Ginebra, 1998)  
**Violation of Bell Inequalities by photons more that 10km  
apart**

# ENTRELAZAMIENTO DE TRES PARTÍCULAS

Estado GHZ (Greenberger, Horne & Zeilinger, 1990)

$$|GHZ\rangle = [ |z_+^1 z_+^2 z_+^3\rangle - |z_-^1 z_-^2 z_-^3\rangle ] / \sqrt{2}$$

Se ve fácilmente que

$$(\sigma_x^1 \sigma_y^2 \sigma_y^3, \sigma_y^1 \sigma_x^2 \sigma_y^3, \sigma_y^1 \sigma_y^2 \sigma_x^3) |GHZ\rangle = |GHZ\rangle$$

$$\sigma_x^1 \sigma_x^2 \sigma_x^3 |GHZ\rangle = -|GHZ\rangle$$

Ahora, según EPR podemos medir  $\sigma_x$  ó  $\sigma_y$  en cualquier partícula sin perturbar las otras dos (“Elementos de Realidad”). Denotemos los resultados de esa medidas por  $m_{x,y}^i = \pm 1$  ( $i = 1, 2, 3$ )

# ENTRELAZAMIENTO DE TRES PARTÍCULAS

Estado GHZ (Greenberger, Horne & Zeilinger, 1990)

$$|GHZ\rangle = [ |z_+^1 z_+^2 z_+^3\rangle - |z_-^1 z_-^2 z_-^3\rangle ] / \sqrt{2}$$

Se ve fácilmente que

$$(\sigma_x^1 \sigma_y^2 \sigma_y^3, \sigma_y^1 \sigma_x^2 \sigma_y^3, \sigma_y^1 \sigma_y^2 \sigma_x^3) |GHZ\rangle = |GHZ\rangle$$

$$\sigma_x^1 \sigma_x^2 \sigma_x^3 |GHZ\rangle = -|GHZ\rangle$$

De las relaciones anteriores

$$\left. \begin{array}{l} m_x^1 m_x^2 m_x^3 = -1 \\ m_x^1 m_y^2 m_y^3 = +1 \\ m_y^1 m_x^2 m_y^3 = +1 \\ m_y^1 m_y^2 m_x^3 = +1 \end{array} \right\} \Rightarrow (m_x^1)^2 (m_x^2)^2 (m_x^3)^2 (m_y^1)^2 (m_y^2)^2 (m_y^3)^2 = -1$$

Esto es  $1 = -1$

# ENTRELAZAMIENTO DE TRES PARTÍCULAS

CONTRADICCIÓN  $\Rightarrow$  MQ incompatible con Elementos de Realidad Locales (V.O.L.)

(TEOREMA DE BELL SIN DESIGUALDADES)

Primer experimento sobre GHZ: **Grupo de Zeilinger en Viena**

J.W. Pan et al.: “Experimental test of quantum nonlocality in a three photon Greenberger-Horne-Zeilinger entanglement”,

Nature **403**, 515 (2000)

**En los últimos años ha habido otros experimentos del mismo tipo (con ligeras variantes) y en todos ellos se ha verificado la MQ**

EINSTEIN DECÍA QUE SI LA MECÁNICA CUÁNTICA FUERA  
VERDADERA, EL MUNDO ESTARÍA LOCO

EINSTEIN DECÍA QUE SI LA MECÁNICA CUÁNTICA FUERA  
VERDADERA, EL MUNDO ESTARÍA LOCO

Einstein tenía razón: EL MUNDO ESTÁ LOCO